

Результаты ГИА-2023 и планируемые изменения КИМ ЕГЭ 2024 года по предмету «МАТЕМАТИКА»



**Панкратьев Антон Евгеньевич,
председатель РПК**



ИЗМЕНЕНИЯ В КИМ ЕГЭ 2023 Г. ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

В 2023 году изменения в содержание КИМ ЕГЭ профильного уровня не вносились.

В структуру части 1 КИМ внесены изменения, позволяющие участнику экзамена более эффективно организовать работу над заданиями за счёт перегруппировки заданий по тематическим блокам.

- работа начинается с заданий по геометрии;
- затем следует блок заданий по элементам комбинаторики, статистике и теории вероятностей;
- затем идут задания по алгебре и началам математического анализа.

Количество заданий - 18, максимальный балл за выполнение всей работы – 31 балл.



РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАДАНИЙ ПО УРОВНЯМ СЛОЖНОСТИ (ПРОФИЛЬ)

Часть КИМ	Задания	Уровень сложности
I	1–3, 5–7	базовый
	4, 8–11	повышенный
II	12–16	повышенный
	17, 18	высокий



ШКАЛА ПЕРЕСЧЁТА ПЕРВИЧНОГО БАЛЛА ЗА ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

Первичный балл	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Тестовый балл	0	6	11	17	22	27	34	40	46	52	58	64	66	68	70	72

Первичный балл	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Тестовый балл	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	100	100



ДИНАМИКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ) ЗА ПОСЛЕДНИЕ 3 ГОДА

Участников, набравших	2021 г.	2022 г.	2023 г.
ниже минимального балла, %	11,40	2,98	4,33
от 61 до 80 баллов, %	33,81	47,45	52,86
от 81 до 99 баллов, %	10,66	13,47	8,21
100 баллов, чел	262	265	70
средний тестовый балл	54,13	62,61	60,59



ДИАГРАММА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРВИЧНЫХ БАЛЛОВ УЧАСТНИКОВ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ





СТАТИСТИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ БАЗОВОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ЕГЭ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

Номер задания в КИМ	Тип задания	Процент выполнения задания				
		средний	в группе, не преодолевших мин. балл	в группе от мин. до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Планиметрия	81,01	26,88	65,83	92,68	99,25
2	Стереометрия	71,21	11,50	50,26	86,07	96,05
3	Вероятность	94,21	56,70	92,39	97,86	99,02
5	Уравнение	96,11	58,73	95,29	99,32	99,51
6	Преобразование	79,97	28,23	62,62	92,94	97,65
7	Производная	70,76	21,03	52,44	83,60	92,10

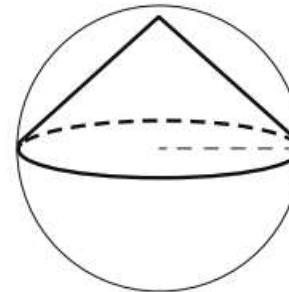


ЗАДАНИЯ БАЗОВОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ, ВЫЗВАВШИЕ ТРУДНОСТИ

К заданиям базового уровня сложности с низким уровнем выполнения относится задание № 2.

2

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 60. Найдите объём конуса.



Средний процент выполнения	71,21 %
В группе не преодолевших минимальный балл	11,50 %
В группе от минимального до 60 баллов	50,26 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	86,07 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	96,05 %

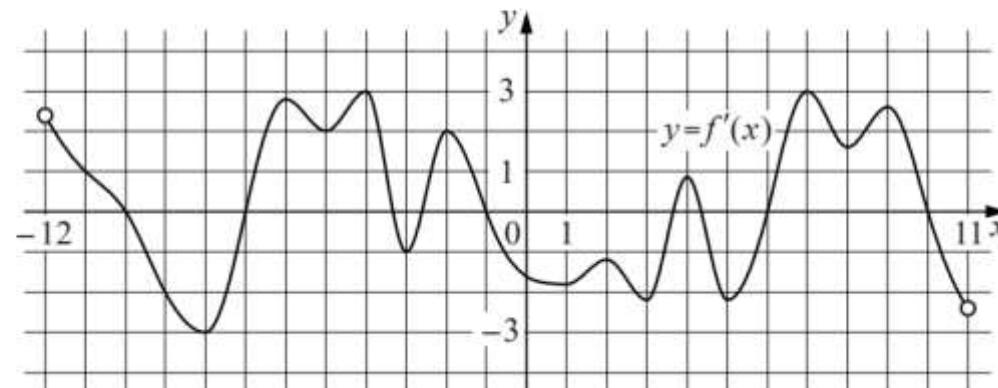


ЗАДАНИЯ БАЗОВОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ, ВЫЗВАВШИЕ ТРУДНОСТИ

К заданиям базового уровня сложности с низким уровнем выполнения относится **задание № 7.**

7

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 11)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 5]$.



Средний процент выполнения

70,76 %

В группе не преодолевших минимальный балл

21,03 %

В группе от минимального до 60 баллов

52,44 %

В группе от 61 балла до 80 баллов

83,60 %

В группе от 81 балла до 100 баллов

92,10 %



ЗАДАНИЯ БАЗОВОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ, ВЫЗВАВШИЕ ТРУДНОСТИ

- Следует уделять больше внимания отработке навыков решения задач по планиметрии (задание № 1).
- С учетом изменений, вносимых в содержание КИМ в 2024 г., повышается важность владения навыками решения геометрических задач.
- Также следует отметить недостаточно высокий уровень выполнения у задания № 6 (преобразование выражений).



СТАТИСТИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

Номер задания в КИМ	Тип задания	Процент выполнения задания				
		средний	в группе не преодолевших мин. балл	в группе от мин. до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
4	Вероятность	51,47	6,70	29,48	64,46	84,07
8	Практическая	87,34	26,38	80,22	95,49	98,27
9	Текстовая	86,45	23,99	76,93	96,02	99,12
10	График функции	77,06	6,64	56,00	93,51	98,24
11	Экстремум	77,27	4,74	57,03	93,39	98,24
12	Отбор корней	55,38	0,28	12,08	81,95	95,97
13	Стереометрия	6,75	0,00	0,20	5,41	45,10
14	Неравенство	13,07	0,03	0,44	13,19	70,34
15	Кредит	26,63	0,00	1,49	35,39	88,43
16	Планиметрия	7,69	0,02	0,23	6,53	49,08



ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ, ВЫЗВАВШИЕ ТРУДНОСТИ

Среди заданий повышенного уровня сложности I части КИМ наименьший процент выполнения имеет **задание № 4**.

4

В коробке 6 синих, 9 красных и 10 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Средний процент выполнения	51,47 %
В группе не преодолевших минимальный балл	6,70 %
В группе от минимального до 60 баллов	29,48 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	64,46 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	84,07 %

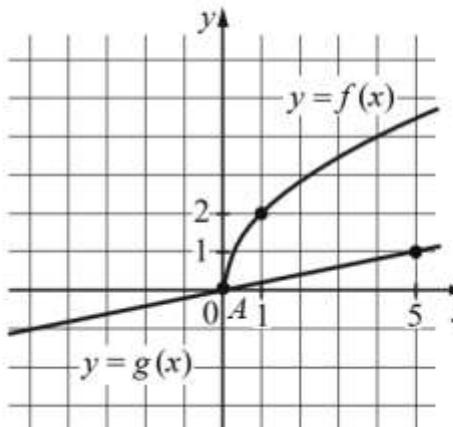


ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ, ВЫЗВАВШИЕ ТРУДНОСТИ

Невысокий уровень выполнения имеет **задание № 10.**

10

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Средний процент выполнения

77,06 %

В группе не преодолевших минимальный балл

6,64 %

В группе от минимального до 60 баллов

56,00 %

В группе от 61 балла до 80 баллов

93,51 %

В группе от 81 балла до 100 баллов

98,24 %



ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ, ВЫЗВАВШИЕ ТРУДНОСТИ

Невысокий уровень выполнения имеет **задание № 11.**

11

Найдите точку минимума функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 9$.

Средний процент выполнения	77,27 %
В группе не преодолевших минимальный балл	4,74 %
В группе от минимального до 60 баллов	57,03 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	93,39 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	98,24 %



ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

12

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x \cdot \cos x + \sqrt{2} \cos^2 x = \sqrt{2}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Типичные ошибки при решении задания № 12:

- вычислительные ошибки и неверные преобразования;
- сокращение обеих частей уравнения на общий множитель;
- неверное применение формул, неверные табличные значения;
- необоснованность отбора корней из данного промежутка.

Средний процент выполнения	55,38 %
В группе не преодолевших минимальный балл	0,28 %
В группе от минимального до 60 баллов	12,08 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	81,95 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	95,97 %



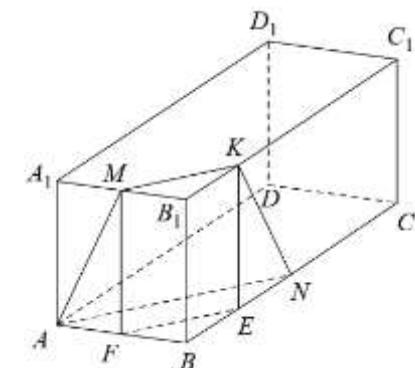
ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

13

- В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах A_1B_1 , B_1C_1 и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1K:KC_1 = 1:2$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.
- Докажите, что точка N — середина ребра BC .
 - Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 12, а высота призмы равна 2.

Типичные ошибки при решении задания № 13:

- неверные или необоснованные утверждения при доказательстве пункта а);
- неверное построение перпендикуляра из вершины С на плоскость сечения;
- неверное вычисление координат точек или векторов при решении задачи координатно-векторным методом.



Средний процент выполнения	6,75 %
В группе не преодолевших минимальный балл	0,00 %
В группе от минимального до 60 баллов	0,20 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	5,41 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	45,10 %



ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

14

Решите неравенство $\frac{\log_2 x^2 - \log_3 x^2}{\log_6^2(2x^2 - 10x + 12,5) + 1} \geq 0$.

Типичные ошибки при решении задания № 14:

- неверное утверждение, что полный квадрат «всегда положителен»;
- ошибки при нахождении области допустимых значений (неполный учет ограничений);
- некорректный переход к переменному основанию;
- неверное применение обобщённого метода интервалов;
- логические ошибки при решении систем и совокупностей простейших неравенств;
- вычислительные ошибки и неверные алгебраические преобразования.

Средний процент выполнения	13,07 %
В группе не преодолевших минимальный балл	0,03 %
В группе от минимального до 60 баллов	0,44 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	13,19 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	70,34 %



ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

15

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Типичные ошибки при решении задания № 15:

- Ошибки при составлении модели (единий 10-летний период вместо двух периодов по 5 лет, равные выплаты вместо равномерного уменьшения долга, подмена суммы выплаты долгом на начало периода или суммой, на которую уменьшается тело долга);
- Умножение на r вместо $r/100$;
- Неверно озаглавлены столбцы таблицы;
- Вычислительные ошибки, неверные преобразования.

Средний процент выполнения	26,63 %
В группе не преодолевших минимальный балл	0,00 %
В группе от минимального до 60 баллов	1,49 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	35,39 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	88,43 %



ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

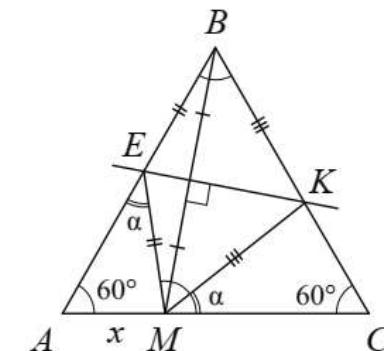
16

На стороне AC равностороннего треугольника ABC отмечена точка M . Серединный перпендикуляр к отрезку BM пересекает стороны AB и BC в точках E и K соответственно.

- Докажите, что $\angle AEM = \angle CMK$.
- Найдите отношение площадей треугольников AEM и CMK , если $AM : MC = 1 : 4$.

Типичные ошибки при решении задания № 16:

- ошибки и пробелы в обосновании геометрических утверждений;
- отсутствие заключительного этапа (доказано не то, что требуется);
- вычислительные ошибки.



Средний процент выполнения	7,69 %
В группе не преодолевших минимальный балл	0,02 %
В группе от минимального до 60 баллов	0,23 %
В группе от 61 балла до 80 баллов	6,53 %
В группе от 81 балла до 100 баллов	49,08 %



СТАТИСТИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

Номер задания в КИМ	Тип задания	Процент выполнения задания				
		средний	в группе не преодолевших мин. балл	в группе от мин. до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
17	Уравнение с параметром	8,29	0,02	0,04	4,99	66,35
18	Свойства целых чисел	18,78	1,78	9,69	22,87	37,41



ЗАДАНИЯ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

17

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = ax - 2a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Задание № 17 допускает различные способы решения:

- классический — разбор случаев с учетом ограничений на ОДЗ;
- графический — пересечение графиков уравнений на плоскости Oxy ;
- графический — выражение переменной y через x , подстановка в первое уравнение и построение графика уравнения на плоскости Oxa .



ЗАДАНИЯ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

17

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = ax - 2a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Типичные ошибки при решении задания № 17:

- применение неравносильных переходов при преобразовании первого уравнения;
- неверное решение иррациональных уравнений;
- неверная графическая интерпретация;
- отсутствие вывода граничных значений параметра (касание, точка «излома»);
- неверно указано количество решений системы при определённых значениях параметра a (случай параллельных прямых);
- вычислительные ошибки.



ЗАДАНИЯ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

18

Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{3}$ получить дробь $\frac{22}{31}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{7}{12}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,7. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

Типичные ошибки при решении задания № 18:

- рассмотрение только частных случаев равенства рациональных дробей (равенство числителей и знаменателей);
- неверная логика рассуждений;
- отсутствие проверки свойств несократимости и правильности дроби, полученной на промежуточном этапе;
- вычислительные ошибки.



РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ШКОЛ

- При организации образовательного процесса к существующим методикам добавить использование ресурсов МЭШ и РЭШ как при изучении нового материала, так и для закрепления и повторения.
- Использовать различные формы промежуточного контроля.
- Проводить мониторинг не только для выявления дефицитов при изучении нового, но и для ликвидации пробелов.
Для этого использовать мониторинги МЦКО, написание работ СтатГрада, экзаменацное тестирование в ЦНД МЦКО.



РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ

- Требуют постоянной доработки и совершенствования базовые вычислительные умения и основные алгоритмы решения уравнений и неравенств, текстовых задач, работы с функциями и их графиками.
- Необходима постоянная работа по повторению и изучению определений и свойств геометрических фигур.
- **Необходимо формировать у обучающихся следующие навыки и умения:**
 - смысловое чтение;
 - выполнение вычислений и преобразований;
 - работа по алгоритмам;
 - самоконтроль;
 - самооценка;
 - моделирование различных ситуаций на языке математики.



РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ

- При изучении геометрии усилить контроль за теоретической подготовкой обучающихся.
- В процессе обучения алгоритмам выстроить систему задач от одношаговых на применение теории до задач, решение которых требует нескольких действий.
- Уделять достаточно внимания обучению доказательствам.
- Для развития предметных и метапредметных умений включать в образовательный процесс проектную и исследовательскую деятельность, которая стимулирует учащихся к работе с учебной и научно-популярной литературой, ресурсами интернета, и на основе этого формируются умения самостоятельно приобретать и углублять знания по предмету.



РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

Необходимо:

- изучать курс математики полностью, независимо от выбора уровня экзамена;
- выполнять домашнее задание к каждому уроку как по вновь изучаемому материалу, так и по материалу на повторение;
- посещать элективный курс по нужным вам темам;
- работать самостоятельно над пробелами, если они есть;
- заниматься математикой дополнительно каждый день (30–60 минут), отрабатывая проблемный материал, особенно геометрию;
- записывать решение полностью, писать разборчиво, не очень мелко, слова не сокращать;
- использовать без доказательства только те факты, которые есть в УМК, допущенных Министерством просвещения;
- проходить мониторинг в течение года для понимания уровня подготовленности.



РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

Общие рекомендации по решению заданий:

- прочитайте внимательно условие задачи, выделите ключевые моменты;
- составьте математическую модель;
- проверьте запись;
- выполните решение;
- зафиксируйте ответ;
- проверьте правильность ответа;
- прочитайте еще раз вопрос в задании и убедитесь, что вы ответили именно на него;
- внесите ответ в бланк.



ИЗМЕНЕНИЯ В КИМ ЕГЭ 2024 Г. (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

- В первую часть КИМ включено задание по геометрии (**задание 2**), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.
- Вторая часть КИМ без изменений.
- Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы **увеличен с 31 до 32**.

БЛАГОДАРИМ ЗА ВНИМАНИЕ!

